

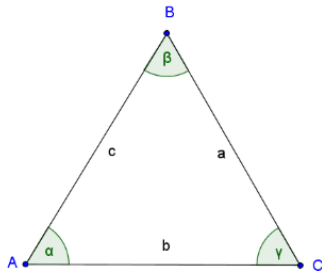
Trojuholník

Definícia: Nech sú v rovine dané tri rôzne body A, B, C , neležiace na jednej priamke.

Trojuholníkom nazývame prienik polrovín \overrightarrow{ABC} , \overrightarrow{ACB} a \overrightarrow{BCA} . Označujeme: ΔABC .

- body A, B, C nazývame vrcholy trojuholníka,
- úsečky AB, AC, BC nazývame strany trojuholníka,
- konvexné uhly $\sphericalangle CAB, \sphericalangle ABC, \sphericalangle BCA$ nazývame vnútornými uhlami trojuholníka.

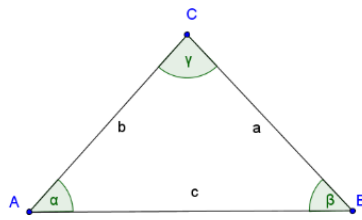
Klasifikácia trojuholníkov podľa veľkosti strán:



rovnostanný

$$a = b = c$$

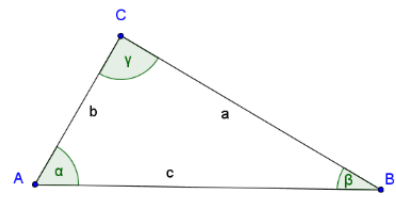
$$\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$$



rovnoramenný

$$a = b \neq c$$

$$\alpha = \beta \neq \gamma$$

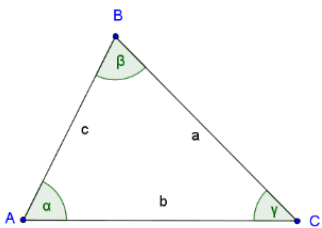


všeobecný (rôznostranný)

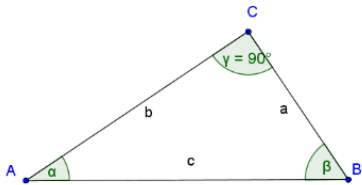
$$a \neq b \neq c$$

$$\alpha \neq \beta \neq \gamma$$

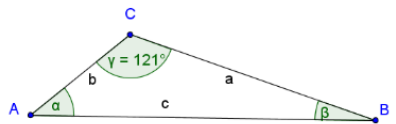
Klasifikácia trojuholníkov podľa najväčšieho uhla:



ostrouhlý



pravouhlý



tupouhlý

Ostrouhlý trojuholník – má všetky vnútorné uhly menšie ako 90° (tri ostré uhly).

Pravouhlý trojuholník – má práve jeden vnútorný uhol s veľkosťou 90° (pravý uhol), ostatné uhly sú ostré. Strana ležiaca oproti pravému uhlu sa nazýva prepona, ostatné dve strany sa nazývajú odvesny.

Tupouhlý trojuholník – má práve jeden vnútorný uhol väčší ako 90° (tupý uhol), ostatné uhly sú ostré.

V každom trojuholníku platia tvrdenia.

1. Súčet veľkostí vnútorných uhlov je 180° (π radiánov).
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$
2. Najväčší uhol leží oproti najväčšej strane, najmenší oproti najmenšej.
3. Súčet dvoch strán je vždy väčší ako tretia strana (trojuholníková nerovnosť).
$$a + b > c$$

$$a + c > b$$

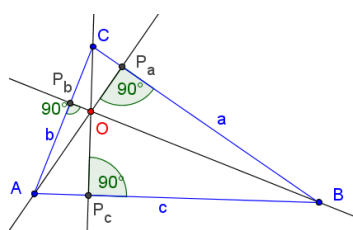
$$b + c > a$$

Vlastnosti a charakteristiky trojuholníka

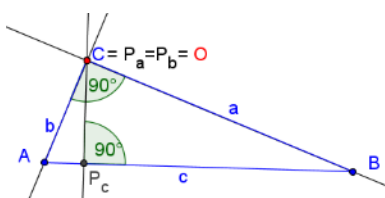
Výška trojuholníka

Výškou trojuholníka nazývame úsečku, ktorá leží na priamke prechádzajúcej vrcholom trojuholníka a kolmej na protilahlú stranu. Navyše je spojnicou toho vrcholu a prieniku kolmice so stranou.

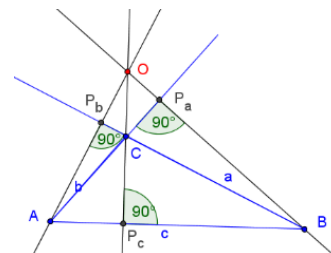
V trojuholníku sa nachádzajú tri výšky (v_a, v_b, v_c), ktoré sa pretínajú v jednom bode. Tento bod nazývame ortocentrum trojuholníka.



ostrouhlý trojuholník
ortocentrum je v Δ



pravouhlý trojuholník
ortocentrum je na hranici Δ



tupouhlý trojuholník
ortocentrum je mimo Δ

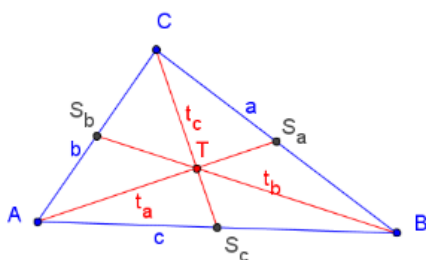
Pre veľkosti výšok platí:

$$a \cdot v_a = b \cdot v_b = c \cdot v_c$$

Ťažnica trojuholníka

Ťažnicou trojuholníka nazývame úsečku, ktorá spája vrchol trojuholníka so stredom protilahlej strany.

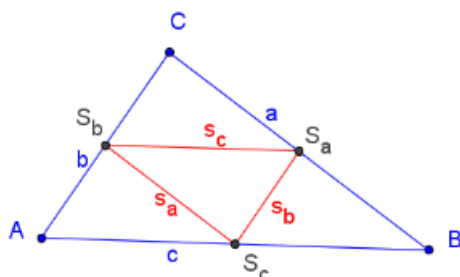
V trojuholníku sa nachádzajú tri ťažnice (t_a, t_b, t_c), ktoré sa pretínajú v jednom bode. Tento bod nazývame ťažiskom trojuholníka. Ťažisko sa vždy nachádza vnútri trojuholníka a rozdeľuje každú ťažnicu v pomere 1:2.



Stredné priečky trojuholníka

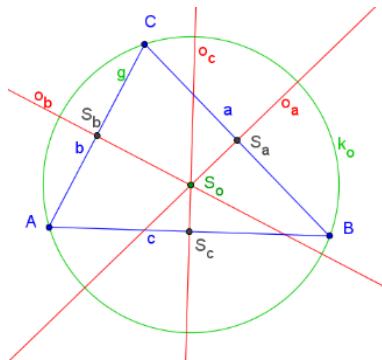
Strednou priečkou trojuholníka nazývame spojnicu stredov dvoch strán. Stredná priečka je rovnobežná s tretou stranou trojuholníka a jej veľkosť sa rovná polovičnej veľkosti strany trojuholníka, s ktorou je rovnobežná.

V trojuholníku sa nachádzajú tri stredné priečky.

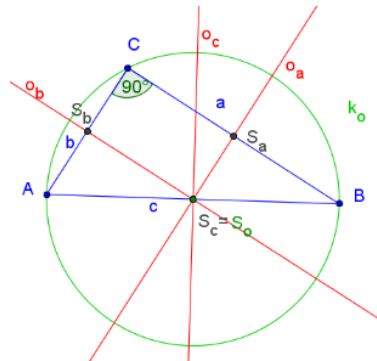


Osi strán trojuholníka

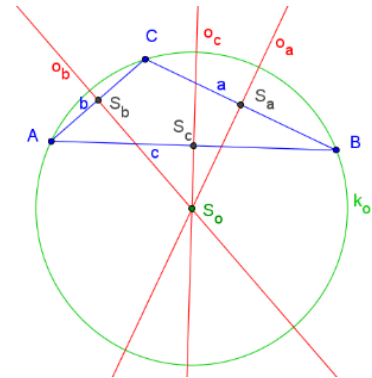
Osou strany trojuholníka nazývame priamku kolmú na danú stranu a prechádzajúcu jej stredom. V trojuholníku sa nachádzajú tri osi strán (o_a, o_b, o_c), ktoré sa pretínajú v jednom bode. Tento bod je stredom kružnice prechádzajúcej všetkými bodmi trojuholníka. Túto kružnicu nazývame kružnicou opísanou trojuholníku.



ostrouhlý trojuholník
stred kružnice je v Δ



pravouhlý trojuholník
stred kružnice je na hranici Δ



tupouhlý trojuholník
stred kružnice je mimo Δ

Osi uhlov trojuholníka

Osou vnútorného uhla trojuholníka nazývame priamku prechádzajúcu vrcholom uhla, ktorá rozdeľuje daný uhol na dva zhodné uhly.

V trojuholníku sa nachádzajú tri osi uhlov ($o_\alpha, o_\beta, o_\gamma$), ktoré sa pretínajú v jednom bode. Tento bod je stredom kružnice ležiacej vnútri trojuholníka a dotýkajúcej sa všetkých 3 jeho strán. Túto kružnicu nazývame kružnicou vpísanou trojuholníku.

