Písomný výstup pedagogického klubu

1. Prioritná os	Vzdelávanie
2. Špecifický cieľ	1.2.1 Zvýšiť kvalitu odborného vzdelávania a prípravy reflektujúc potreby trhu práce
3. Prijímateľ	Stredná odborná škola technická, Kozmálovská cesta 9, Tlmače
4. Názov projektu	Terminus technicus v praxi
5. Kód projektu ITMS2014+	312011AGV9
6. Názov pedagogického klubu	Klub matematickej gramotnosti
7. Meno koordinátora pedagogického klubu	Mgr. Mária Medzihradská
8. Školský polrok	február 2021 – jún 2021
9. Odkaz na webové sídlo zverejnenia písomného výstupu	https://soustlmace.edupage.org/text/?text=text/text38&subpage=2

Úvod:

Pedagogický klub matematickej gramotnosti pozostáva z 3 členov, učiteľov matematiky a odborných strojárskych predmetov. V druhom polroku školského roka 2020/2021 bolo naplánovaných 10 stretnutí klubu a všetky sa uskutočnili podľa schváleného časového harmonogramu.

Stručná anotácia

Činnosť pedagogického klubu bola zameraná na podporu a rozvoj vzájomnej komunikácie a spolupráce vyučujúcich predmetu matematika, na výmenu skúseností z ich vlastnej vyučovacej činnosti a skúseností z dištančného vzdelávania. Členovia klubu sa počas stretnutí podrobnejšie venovali niektorým vybraným tematickým celkom z matematiky. Navrhovali konkrétne úlohy zvyšujúce matematické, čitateľské a odborné kompetencie žiakov. Venovali sa aj využitiu informačno–komunikačných technológií a zariadení vo vyučovaní matematiky. V rámci činnosti klubu pedagógovia analyzovali úroveň nadobudnutých vedomostí žiakov počas dištančného vzdelávania. Po obnovení prezenčného vyučovania ju porovnávali so skutočným stavom osvojeného si učiva a s priebežným hodnotením žiakov. Výstupom stretnutí členov klubu bolo vypracovanie vzdelávacích materiálov a k nim prislúchajúcich testov na overovanie žiackych vedomostí.

Kľúčové slová

Matematická gramotnosť, skúsenosti, dištančné vyučovanie, vzdelávacie materiály, medzipredmetové vzťahy, informačno – komunikačné technológie, testy na overovanie vedomostí, metódy a formy práce, inovácie.

Zámer a priblíženie témy písomného výstupu

Zámerom písomného výstupu pedagogického klubu matematickej gramotnosti je zhrnúť činnosť klubu v druhom polroku školského roka 2020/2021, priblížiť cieľ a obsah vytvorených učebných materiálov a testov na preverovanie žiackych vedomostí z predmetu matematika. V tomto zmysle a z dôvodu prehľadnosti je jadro písomného výstupu rozdelené na 3 časti:

- zhrnutie činnosti klubu,
- učebné materiály,
- testy na preverovanie vedomostí.

Jadro:
Popis témy/problém

ZHRNUTIE ČINNOSTI KLUBU:

Základným cieľom a podstatou činnosti členov klubu matematickej gramotnosti bolo skvalitniť vyučovací proces predmetu matematika na Strednej odbornej škole technickej v Tlmačoch. Počas zasadnutí klubu prebiehala medzi vyučujúcimi výmena skúseností z osvedčených postupov vlastnej vyučovacej činnosti. Vzhľadom na pokračujúcu mimoriadnu situáciu sa väčšinou stretnutí prelínala téma dištančného vzdelávania. Obsahom činnosti klubu v druhom polroku školského roka bolo prejednávanie nasledovných tém:

- Hodnotenie výsledkov žiakov: Učitelia matematiky si z dôvodu chýbajúcej interakcie medzi učiteľom a žiakom po polročnej klasifikácii prostredníctvom anonymnej ankety zisťovali, či známky zodpovedali snahe žiakov počas dištančného vzdelávania. Členovia klubu skonštatovali, že žiaci boli dostatočne sebakritickí a priznali si, že niektoré známky dostali nezaslúžene. Úlohy neriešili samostatne a zadané učivo reálne nezvládli. V ankete si učitelia tiež zisťovali, koľko času sa žiaci venujú úlohám, či im vyhovujú vzdelávacie materiály, ich prehľadnosť, náročnosť a spôsob overovania vedomostí. Väčšina študentov vyjadrila spokojnosť s pridávanými materiálmi a ich náročnosť považovala za primeranú.
- Slabo prospievajúci žiaci: V období prerušenia vyučovania na stredných školách je mimoriadne náročné špeciálne sa venovať slabo prospievajúcim žiakom a žiakom so ŠVVP. Títo žiaci potrebujú neustálu motiváciu, individuálny prístup a osobnosť učiteľa je dôležitým faktorom vedúcim k ich napredovaniu. Členovia klubu sa zhodli v tom, že niektorí z týchto žiakov sa po počiatočnom neúspechu vzdali a vyučovanie zanedbávali. Po návrate na prezenčnú výučbu pedagógovia museli prihliadať na úroveň ich osvojených vedomostí.
- Využitie IKT vo vyučovacom procese: Vhodným využívaním prostriedkov IKT sa môže dosiahnuť zlepšenie výsledkov vzdelávania. V situácii vyučovania na diaľku bol internet nevyhnutnou podmienkou ku komunikácii so žiakmi a sprístupňovaniu učiva. Témami stretnutí klubu bola výmena skúseností s internetovými zdrojmi, edukačnými portálmi a interaktívnymi materiálmi vhodnými pre vyučovanie matematiky na stredných školách. Prediskutovával sa aj dostupný matematický softvér a tiež možnosti komunikácie a aplikácií školského informačného systému EduPage.
- Matematické témy: V druhom polroku školského roka sa podrobnejšie učitelia matematiky na zasadnutiach klubov venovali tematickým celkom planimetria, stereometria, výrazy a grafy funkcií. Zadefinovali sa najdôležitejšie pojmy a vzťahy z daných tematických celkov, analyzovali sa učivá, ktoré žiakom spôsobujú problémy a navrhovali sa riešenia na zjednodušené sprístupňovanie učiva. Dôležitou témou bola aj premena jednotiek. Toto učivo

úzko súvisí so všetkými odbornými predmetmi vyučovanými na technickej škole.

- Inovatívne formy a metódy: Moderné aktivizujúce metódy, ktoré vedú vyučovanie tak, aby výchovno-vzdelávacie ciele boli dosahované na základe vlastnej učebnej práce žiakov boli tiež predmetom diskusií zasadnutí klubu. Podrobnejšie sa vyučujúci venovali skupinovému vyučovaniu, jeho výhodám, nevýhodám a možnostiam využitia v rámci predmetu matematika. Zhodli sa v názore, že túto formu je vhodné využívať v kombinácii s projektovým vyučovaním počas prezenčného vyučovania vzhľadom na potrebnú interakciu učiteľa.
- Medzipredmetové vzťahy: Skúsenosti niektorých členov klubu s vyučovaním odborných strojárskych predmetov významne prispeli k rozvoju medzipredmetových vzťahov. Zameranie školy strojárskeho a elektrotechnického charakteru vyžaduje do vyučovania matematiky implementovať aplikačné úlohy z odbornej praxe. Na zasadnutiach klubu členovia navrhovali konkrétne príklady špeciálne zamerané na rozvoj nielen matematických, ale aj odborných kompetencií žiakov jednotlivých študijných a učebných odborov.

UČEBNÉ MATERIÁLY:

Na formu dištančného vzdelávania v období zatvorenia škôl, ktoré prebiehalo posledné dva školské roky neboli učitelia dostatočne pripravení. So situáciou učenia na diaľku sa museli priebežne sami vysporiadať. Hľadali čo najefektívnejšie spôsoby komunikácie so žiakmi, sprístupňovania učiva a overovania vedomostí. Jedným z faktorov, ktorý sťažil prácu vyučujúcim matematiky na stredných odborných školách bol nedostatok vyhovujúcich učebníc. Nové učebnice dostupné na trhu sú zamerané skôr pre gymnáziá a prípravu na maturitnú skúšku z matematiky. Pre žiakov stredných odborných škôl sú náročné nielen vzhľadom na obsah, ale aj rozsah učiva. Pri nízkej hodinovej dotácii predmetu matematika si učitelia musia vhodne vyberať, ktoré témy sú pre žiakov v matematickom vzdelávaní najdôležitejšie. Musia brať ohľad nielen na samotný predmet matematika, ale aj na odborné zameranie školy a úroveň žiakov prichádzajúcich zo základných škôl.

Už v prvom polroku školského roka 2020/2021 sa členovia klubu dohodli, že si budú postupne tvoriť vlastnú databázu učebných materiálov. Prekonzultovali si formu, štruktúru, rozsah a hĺbku vytváraných vzdelávacích materiálov. Na stretnutiach si následne prediskutovali, ktoré tematické celky a ich jednotlivé kapitoly budú v najbližšom období vypracovávať. V tvorbe učebných materiálov pokračovali zúčastnení pedagógovia aj v druhom polroku školského roka. Doplnili svoju databázu o kapitoly z číselných množín, kvadratických rovníc, goniometrie a planimetrie.

Členovia klubu matematickej gramotnosti v 2. polroku školského roka 2020/2021 vytvorili nasledovné učebné materiály vhodné pre prezenčné a dištančné vzdelávanie žiakov stredných odborných škôl:

- Absolútna hodnota (v rozsahu 11 strán) – ukážka č.1
- Úplné kvadratické rovnice (v rozsahu 9 strán) – ukážka č.2
- Kvadratické rovnice (v rozsahu 12 strán) – ukážka č.3
- Rozklad kvadratického trojčlena (v rozsahu 10 strán) – ukážka č.4
- Iracionálne rovnice 1 (v rozsahu 11 strán) – ukážka č.5
- Iracionálne rovnice 2 (v rozsahu 10 strán) – ukážka č.6
- Základná veľkosť orientovaného uhla (v rozsahu 6 strán) – ukážka č.7
- Goniometrické funkcie v pravouhlom trojuholníku (v rozsahu 13 strán) – ukážka č.8
- Štvorec (v rozsahu 10 strán) – ukážka č.9
- Obdĺžnik (v rozsahu 8 strán) – ukážka č.10

Uvádzame ukážky niektorých strán z vytvorených vzdelávacích materiálov:

Ukážka č. 1:

Absolútna hodnota

Absolútna hodnota reálneho čísla je jeho vzdialenosť na číselnej osi od nuly.

Absolútnu hodnotu čísla označujeme |a|, napríklad absolútnu hodnotu čísla 7 označujeme |7|

Absolútna hodnota je vždy kladné číslo

Napríklad:

|-5| = 5
|3| = 3
|0| = 0

Absolútnou hodnotou čísla **a** nazývame číslo **|a|**,
pre ktoré definujeme:

ak a ≥ 0 tak |a| = a
ak a < 0 tak |a| = −a

abs. hodnota nezáporného čísla (kladného alebo nuly) je to isté číslo, napr. |3| = 3
abs. hodnota záporného čísla je číslo k nemu opačné, napr. |-5| = 5

Prečo je vo vzťahu |a| = -a keď to má byť kladné číslo?
Vysvetlenie:
Preto, lebo a < 0 , je to záporné číslo a keď pred záporné číslo dáme mínus, tak dostaneme kladný výsledok.
Napríklad zoberieme a = -5. Potom podľa tohto vzťahu
|-5| = - (-5) = 5

Absolútne hodnoty navzájom opačných čísel sa rovnajú **|a| = |-a|**
Napríklad:
|3| = |-3| = 3

Pri výpočtoch hodnôt výrazov s absolútnou hodnotou treba dať pozor na to, aby sme si ju nemýlili so zátvorkami.
Napríklad je rozdiel vo výrazoch:

- (-7) = 7 ← *obyčajná zátvorka, mínus pred zátvorkou mení znamienka výrazu v zátvorke*

- |-7| = -7 ← *najskôr sa vypočíta absolútna hodnota |-7|=7 a potom sa priradí znamienko pred ňou*

Stránka 1 z 11

Absolútna hodnota

Ukážka č. 2:

Úplné kvadratické rovnice

Kvadratickou rovnicou s neznámou x nazývame každú rovnicu, ktorú možno ekvivalentnými úpravami upraviť na tvar:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

kde $a; b; c$ sú reálne čísla, pričom $a \neq 0$

Členy kvadratického trojčlena $ax^2 + bx + c$ nazývame:

- ax^2 ... kvadratický člen
- bx ... lineárny člen
- c ... absolútny člen

O riešiteľnosti kvadratickej rovnice (či daná rovnica má alebo nemá riešenie) rozhoduje výraz $D = b^2 - 4ac$, ktorý nazývame diskriminant kvadratickej rovnice.
Riešenia kvadratickej rovnice nazývame aj korene.

Ako riešime kvadratické rovnice? $ax^2 + bx + c = 0$
Vypíšeme si hodnoty koeficientov rovnice $a; b; c$ a dosadíme do vzorca pre diskriminant

$D = b^2 - 4ac$ **Diskriminant kvadratickej rovnice**

Počet riešení kvadratickej rovnice v závislosti od diskriminantu D.

Ak $D < 0$ tak kvadratická rovnica nemá riešenie v množine reálnych čísel

Ak $D = 0$ tak kvadratická rovnica má jedno riešenie (jeden dvojnásobný koreň), ktoré vypočítame podľa vzorca:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Ak $D > 0$ tak kvadratická rovnica má dve riešenia v množine reálnych čísel (dva korene), ktoré vypočítame podľa vzorcov:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Obidve tieto riešenia vieme zapísať jedným vzorcom:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Stránka 1 z 9

Úplné kvadratické rovnice 1

Ukážka č. 3:

Príklad č. 7 Riešte v množine reálnych čísel kvadratickú rovnicu:

$$\frac{x^2}{3} + 5 = \frac{2x^2}{9} + 6$$

Riešenie:

$\frac{x^2}{3} + 5 = \frac{2x^2}{9} + 6 \quad /.9$ ← *odstránime zlomky vynásobením rovnice spoločným násobkom menovateľov – číslom 9*

$3x^2 + 45 = 2x^2 + 54 \quad / -2x^2 - 54$ ← *prevedieme všetko na ľavú stranu rovnice*

$3x^2 + 45 - 2x^2 - 54 = 0$

$x^2 - 9 = 0$

Kvadratická rovnica je neúplná – môžeme ju riešiť 2 spôsobmi.

1. spôsob riešenia – pomocou diskriminantu

$a = 1; b = 0; c = -9$ ← *vypíšeme si koeficienty*

$D = b^2 - 4ac$ ← *dosadíme do vzorca pre diskriminant*

$D = 0^2 - 4.1.(-9) = 0 + 36 = 36$

Diskriminant tejto rovnice je $D > 0$, preto rovnica má 2 riešenia

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-0 \pm \sqrt{36}}{2.1} = \frac{0 \pm 6}{2}$ ← *obidve riešenia spolu*

$x_1 = \frac{0+6}{2} = \frac{6}{2} = 3$ ← *rozdelíme výpočet na dve riešenia*

$x_2 = \frac{0-6}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

2. spôsob riešenia – pomocou rozkladu na súčin

$x^2 - 9 = 0$
$(x-3).(x+3) = 0$

$x - 3 = 0$, $x_1 = 3$
$x + 3 = 0$, $x_2 = -3$

alebo
$x^2 = 9$
$x = \pm\sqrt{9}$
$x = \pm 3$

Skúška správnosti pre $x_1 = 3$

Ľ: $\frac{3^2}{3} + 5 = \frac{9}{3} + 5 = 3 + 5 = 8$ P: $\frac{2.3^2}{9} + 6 = \frac{18}{9} + 6 = 2 + 6 = 8$

Množina riešení kvadratickej rovnice je $P = \{3; -3\}$

Stránka 8 z 12

Kvadratické rovnice 2

Ukážka č. 4:

Rozklad kvadratického trojčlena

Kvadratickým trojčlenom nazývame každý trojčlen, ktorý možno zapísať v tvare:

$$ax^2 + bx + c$$

kde $a; b; c$ sú reálne čísla, pričom $a \neq 0$

Členy kvadratického trojčlena $ax^2 + bx + c$ nazývame:

- ax^2 ... kvadratický člen
- bx ... lineárny člen
- c ... absolútny člen

Rozklad kvadratického trojčlena na súčin lineárnych činiteľov

Nech kvadratická rovnica $ax^2 + bx + c = 0$ má riešenia x_1 a x_2.
Potom kvadratický trojčlen môžeme rozložiť na súčin koreňových činiteľov:

$$ax^2 + bx + c = a.(x - x_1).(x - x_2)$$

Úloha
Rozložte na súčin kvadratický trojčlen $x^2 - 5x + 6$

Riešenie:
Najskôr vyriešime kvadratickú rovnicu $x^2 - 5x + 6 = 0$

$a = 1; b = -5; c = 6$ ← *vypíšeme si koeficienty kvadratickej rovnice*

$D = b^2 - 4ac$ ← *hodnoty dosadíme do vzorca pre diskriminant*

$D = (-5)^2 - 4.1.6 = 25 - 24 = 1$

Diskriminant tejto rovnice je $D > 0$ preto rovnica má 2 riešenia:

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$ ← *prvé riešenie rovnice x_1 vypočítame podľa vzorca*

$x_1 = \frac{-(-5) + \sqrt{1}}{2.1} = \frac{5+1}{2} = 3$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ ← *druhé riešenie rovnice x_2 vypočítame podľa vzorca*

$x_2 = \frac{-(-5) - \sqrt{49}}{2.1} = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

Kvadratická rovnica má dve riešenia (korene) $x_1 = 3$; $x_2 = 2$.

Stránka 1 z 10

Rozklad kvadratického trojčlena

Ukážka č. 5:

Iracionálne rovnice 1

Iracionálne rovnice sú rovnice, v ktorých sa neznáma nachádza pod odmocninou.

Príklad:

$\sqrt{x}=2$
$\sqrt{5-x}=x+1$ — Sú to iracionálne rovnice, neznáma je pod odmocninou

$\sqrt{2}=x$
$\sqrt{5}-x=x+1$
$\sqrt{3}.x^2-x+7=0$ — Nie sú to iracionálne rovnice, pod odmocninou je reálne číslo a nie neznáma

Riešiť iracionálne rovnice znamená upraviť ich na také rovnice, v ktorých sa neznáma už nenachádza pod odmocninou. To sa dá dosiahnuť umocňovaním obidvoch strán rovnice.

Umocňovanie rovnice nie je ekvivalentná úprava, je to **dôsledková úprava** . To znamená, že ak použijeme pri úpravách rovníc umocňovanie, tak nám môžu pribudnúť riešenia, ktoré nespĺňajú pôvodnú rovnicu. (Nie všetky riešenia, ktoré dostaneme sú riešeniami danej rovnice). Preto je nevyhnutnou súčasťou riešenia týchto rovníc aj **skúška správnosti**. Skúšku správnosti robíme dosadením všetkých riešení do pôvodnej rovnice!

Zaoberať sa budeme iracionálnymi rovnicami, kde sa neznáma nachádza pod druhou odmocninou a po úpravách dostaneme lineárnu alebo kvadratickú rovnicu.
Musíme si však zopakovať aj niektoré predchádzajúce učivá:
- definičný obor rovnice (podmienky – výraz pod odmocninou nesmie byť záporný)
- nerovnice a sústavy nerovníc, prienik intervalov
- pravidlá pre počítanie s odmocninami
- mocnina dvojčlena $(A\pm B)^2=A^2\pm 2AB+B^2$
- riešenie kvadratickej rovnice $ax^2+bx+c=0$

Postup riešenia rovníc s neznámou pod odmocninou

1. Určíme podmienky – výrazy pod odmocninou nesmú byť záporné
2. Ak je v rovnici len jeden výraz s neznámou pod odmocninou:
   - výraz s odmocninou prevedieme na jednu stranu rovnice, všetky ostatné členy prevedieme na druhú stranu rovnice
   - rovnicu umocníme
   - vyriešime lineárnu alebo kvadratickú rovnicu
   - porovnáme výsledky rovnice s podmienkami
   - vykonáme skúšku správnosti do pôvodnej rovnice pre všetky riešenia

Stránka 1 z 11

Iracionálne rovnice 1

Ukážka č. 6:

Príklad č. 3 Riešte rovnicu a urobte skúšku správnosti:

$$4.\sqrt{2x-1}-7=x$$

Riešenie:

Riešime rovnicu:

$4.\sqrt{2x-1}-7=x \quad /+7$ — *rovnicu si najskôr upravíme, osamostatníme odmocninu*

$4.\sqrt{2x-1}=x+7 \quad /()^2$ — *umocníme obidve strany rovnice, pričom na pravej strane je dvojčlen, ktorý buď umocníme pomocou vzorca alebo roznásobíme dve rovnaké zátvorky*

$4^2.(\sqrt{2x-1})^2=(x+7)^2$

$16.(2x-1)=(x+7).(x+7)$

$32x-16=x^2+7x+7x+49 \quad /-32x+16$ — *upravíme rovnicu*

$0=x^2+14x+49-32x+16$

$0=x^2-18x+65$ — *riešime kvadratickú rovnicu*

$a=1;b=-18;c=65$ — *vypíšeme si koeficienty*

$D=b^2-4ac$ — *dosadíme do vzorca pre diskriminant*

$D=(-18)^2-4.1.65=324-260=64$

$x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ — *riešenia rovnice $x_1;x_2$ vypočítame podľa vzorca*

$x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\dfrac{-(-18)\pm\sqrt{64}}{2.1}=\dfrac{18\pm 8}{2}$

$x_1=\dfrac{18+8}{2}=\dfrac{26}{2}=13$ — *teraz rozdelíme výpočet a získame dve riešenia*

$x_2=\dfrac{18-8}{2}=\dfrac{10}{2}=5$

Skúška správnosti - musíme ju urobiť pre obidve riešenia a dosadzovať vždy len do pôvodnej rovnice:

Skúška správnosti pre $x_1=13$

Ľ: $4.\sqrt{2x-1}=4.\sqrt{26-1}=4.\sqrt{25}=4.5=20$
P: $x+7=13+7=20$
Ľ = P

Skúška správnosti pre $x_2=5$

Ľ: $4.\sqrt{2.5-1}=4.\sqrt{9}=4.3=12$
P: $x+7=5+7=12$
Ľ = P

Skúška nám vyšla pre obidve riešenie, preto množina riešení rovnice je $P=\{13;5\}$

Stránka 5 z 10

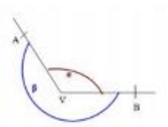
Iracionálne rovnice 2

Ukážka č. 7:

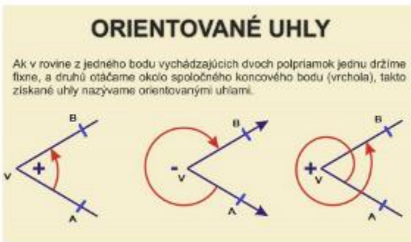
Základná veľkosť orientovaného uhla

Polpriamky VA a VB rozdeľujú rovinu na dva uhly.
Uhol AVB označme ako uhol α
Uhol BVA označme ako uhol β

Ak je napríklad $\alpha=110^\circ$ tak potom pre uhol β platí
$\beta=360^\circ-110^\circ=250^\circ$
Uhly α a β teda sú rôzne.



$\alpha+\beta=360^\circ$
$\alpha=360^\circ-\beta$
$\beta=360^\circ-\alpha$



Orientovaným uhlom rozumieme usporiadanú dvojicu polpriamok VA a VB so spoločným začiatkom V, pričom polpriamka VA sa nazýva začiatočné rameno uhla a polpriamka VB sa nazýva koncové rameno uhla AVB.
Spoločný bod V sa nazýva vrchol orientovaného uhla.

Uhly AVB a BVA môžu vzniknúť otáčaním ramena VA až do polohy ramena VB okolo bodu V v dvoch smeroch:
- v smere hodinových ručičiek – vtedy bude hodnota uhla záporná
- proti smeru hodinových ručičiek – potom bude hodnota uhla kladná

Stránka 1 z 6

Základná veľkosť orientovaného uhla

Ukážka č. 8:

Goniometrické funkcie

Pri definíciách goniometrických funkcií je dôležité rozlišovať, čo je k danému uhlu protiľahlá odvesna a čo je priľahlá odvesna.

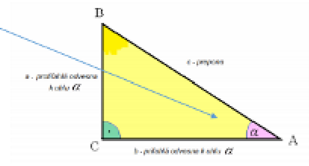
Protiľahlá odvesna k uhlu je tá, ktorá leží oproti danému uhlu

Priľahlá odvesna k uhlu je tá, ktorá leží pri danom uhle, zviera tento uhol spolu s preponou

Príklad na obrázku – uhol α

K tomuto uhlu α je:

protiľahlá odvesna strana ***a***,
priľahlá odvesna strana ***b***.



POZOR! Ak by sme však zobrali uhol β , tak už by to platilo opačne.

Definície goniometrických funkcií:

Sínus ostrého uhla v pravouhlom trojuholníku je pomer protiľahlej odvesny k tomuto uhlu a prepony

$$sinus=\frac{protiľahlá\ odvesna}{prepona}$$

Kosínus ostrého uhla v pravouhlom trojuholníku je pomer priľahlej odvesny k tomuto uhlu a prepony

$$kosinus=\frac{priľahlá\ odvesna}{prepona}$$

Tangens ostrého uhla v pravouhlom trojuholníku je pomer protiľahlej odvesny k priľahlej odvesne

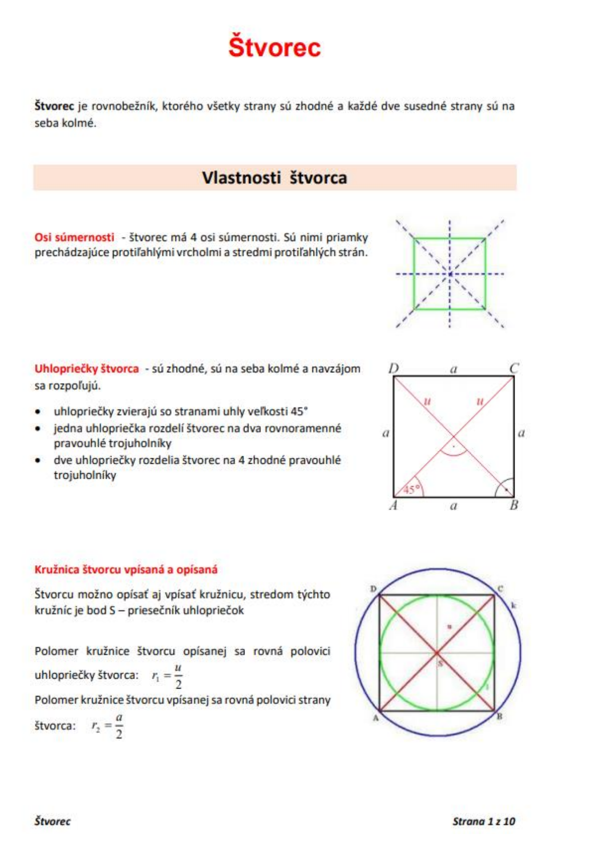
$$tangens=\frac{protiľahlá\ odvesna}{priľahlá\ odvesna}$$

Kotangens ostrého uhla v pravouhlom trojuholníku je pomer priľahlej odvesny k protiľahlej odvesne

$$kotangens=\frac{priľahlá\ odvesna}{protiľahlá\ odvesna}$$

Goniometrické funkcie v pravouhlom trojuholníku Strana 3 z 13

Ukážka č. 9:



Štvorec

Štvorec je rovnobežník, ktorého všetky strany sú zhodné a každé dve susedné strany sú na seba kolmé.

Vlastnosti štvorca

Osi súmernosti - štvorec má 4 osi súmernosti. Sú nimi priamky prechádzajúce protiľahlými vrcholmi a stredmi protiľahlých strán.

Uhlopriečky štvorca - sú zhodné, sú na seba kolmé a navzájom sa rozpoľujú.

- uhlopriečky zvierajú so stranami uhly veľkosti 45°
- jedna uhlopriečka rozdelí štvorec na dva rovnoramenné pravouhlé trojuholníky
- dve uhlopriečky rozdelia štvorec na 4 zhodné pravouhlé trojuholníky

Kružnica štvorcu vpísaná a opísaná

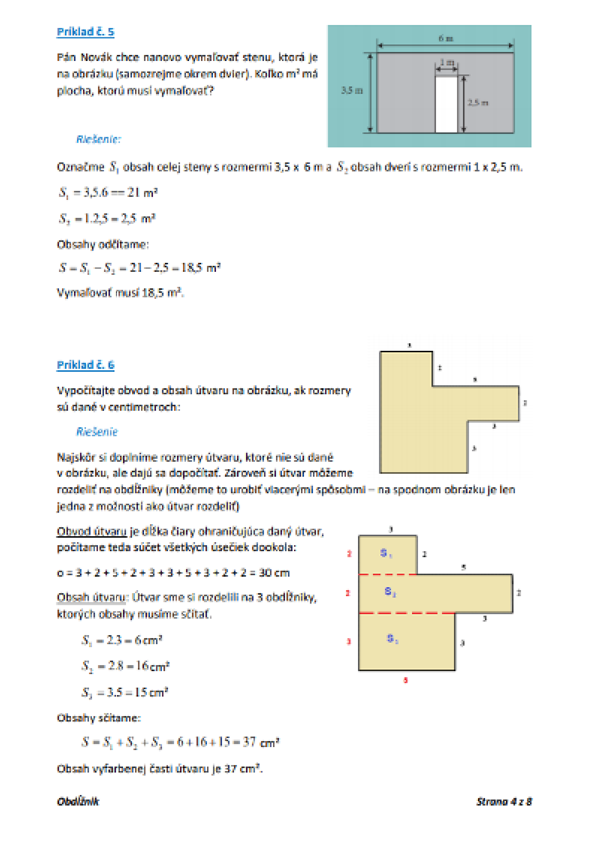
Štvorcu možno opísať aj vpísať kružnicu, stredom týchto kružníc je bod S – priesečník uhlopriečok

Polomer kružnice štvorcu opísanej sa rovná polovici uhlopriečky štvorca: $r_1 = \frac{u}{2}$

Polomer kružnice štvorcu vpísanej sa rovná polovici strany štvorca: $r_2 = \frac{a}{2}$

Štvorec Strana 1 z 10

Ukážka č. 10:



Príklad č. 5

Pán Novák chce nanovo vymaľovať stenu, ktorá je na obrázku (samozrejme okrem dvier). Koľko m² má plocha, ktorú musí vymaľovať?

Riešenie:

Označme S_1 obsah celej steny s rozmermi 3,5 x 6 m a S_2 obsah dverí s rozmermi 1 x 2,5 m.

$S_1 = 3{,}5.6 == 21$ m²

$S_2 = 1.2{,}5 = 2{,}5$ m²

Obsahy odčítame:

$S = S_1 - S_2 = 21 - 2{,}5 = 18{,}5$ m²

Vymaľovať musí 18,5 m².

Príklad č. 6

Vypočítajte obvod a obsah útvaru na obrázku, ak rozmery sú dané v centimetroch:

Riešenie

Najskôr si doplníme rozmery útvaru, ktoré nie sú dané v obrázku, ale dajú sa dopočítať. Zároveň si útvar môžeme rozdeliť na obdĺžniky (môžeme to urobiť viacerými spôsobmi – na spodnom obrázku je len jedna z možností ako útvar rozdeliť)

Obvod útvaru je dĺžka čiary ohraničujúca daný útvar, počítame teda súčet všetkých úsečiek dookola:

o = 3 + 2 + 5 + 2 + 3 + 3 + 5 + 3 + 2 + 2 = 30 cm

Obsah útvaru: Útvar sme si rozdelili na 3 obdĺžniky, ktorých obsahy musíme sčítať.

$S_1 = 2.3 = 6$ cm²

$S_2 = 2.8 = 16$ cm²

$S_3 = 3.5 = 15$ cm²

Obsahy sčítame:

$S = S_1 + S_2 + S_3 = 6 + 16 + 15 = 37$ cm²

Obsah vyfarbenej časti útvaru je 37 cm².

Obdĺžnik Strana 4 z 8

TESTY NA PREVEROVANIE VEDOMOSTÍ:

Preverovanie vedomostí je nevyhnutnou súčasťou výchovno-vzdelávacej činnosti. Paralelne s tvorbou učebných materiálov z matematiky členovia klubu tvorili aj testy na preverovanie žiackych vedomostí. Ku každému učebnému materiálu bol vytvorený aj test s rovnakým názvom ako vzdelávací materiál. Testové úlohy boli vytvorené pomocou matematického editora (vo formáte Word) a následne prepísané do školského informačného systému EduPage. Príklady v testoch boli podobné vzorovým úlohám a úlohám na precvičenie, ktoré žiaci dostávali v učebných materiáloch. Striedali sa typy otázok s výberom odpovede, doplňovacie otázky a spájanie ekvivalentných výrazov alebo obrázkov. Váha bodového ohodnotenia jednotlivých úloh v testoch bola nastavená podľa náročnosti príkladov. Čas na vypracovanie testov bol rôzny v závislosti od rozsahu úloh a obtiažnosti učiva.

Hodnotenie úrovne vedomostí formou testu je nielen výsledkom, ale aj prostriedkom poznania. Pri samotnom procese hodnotenia sa študent dozvie, kde urobil chyby, ktorým témam sa má venovať naďalej. Účelom testov bolo nielen overovanie vedomostí, ale aj poskytnutie spätnej väzby vyučujúcim matematiky. Na stretnutiach klubu analyzovali obtiažnosť, dosiahnuté výsledky a problémové úlohy v jednotlivých testoch.

V ukážkach č.11, č.12 a č.13 sú uvedené niektoré testy spolu s priemerným percentom úspešnosti správnych odpovedí, ktoré dosiahli všetci žiaci, ktorí daný test absolvovali:

Ukážka č. 11:

V ukážke č. 11 je test k učivu „Úvod do geometrickej postupnosti“. Test písali dve študijné triedy, ich priemerné percento úspešnosti bolo 66 %.

1. test - geometrická postupnosť

Test je vytvorený z úloh materiálu "Geometrická postupnosť 1". Na vypracovanie máte čas 30 minút.

1. Aký je kvocient geometrickej postupnosti 5; -15; 45; -135; 405; ... ?

   Geometrická postupnosť má kvocient ☐

2. Priraďte kvocienty k daným geometrickým postupnostiam:

1. $\frac{1}{64}$; $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{4}$; 1; ...	___	$\frac{1}{4}$
2. 10 000; 1 000; 100; 10; ...	___	0,1
3. 0,25; 2,5; 25; 250; ...	___	10
4. 128; 32; 8; 2; 0,5; ...	___	4
5. 12; -12; 12; -12; 12; ...	___	-1

3. V geometrickej postupnosti je prvý člen $a_1 = 3$ a kvocient $q = 5$. Aký je šiesty člen tejto postupnosti?

   Šiesty člen tejto postupnosti je ☐

4. V geometrickej postupnosti je ôsmy člen $a_8 = 768$ a kvocient $q = 2$. Aký je prvý člen tejto postupnosti?

   Prvý člen tejto postupnosti je ☐

5. V geometrickej postupnosti je $a_4 = 125$, $q = -\frac{1}{5}$. Ktoré 3 čísla sú prvými členmi tejto geometrickej postupnosti?
   - a) -25; -5; -1
   - b) 25; -5; 1
   - c) -25; 5; -1
   - d) 25; 5; 1
   - e) -15 625; 3 125; -625
   - f) -15 625; -3 125; -625
   - g) 15 625; 3 125; 625
   - h) 15 625; -3 125; 625

6. Ktoré z čísel je dvanástym členom geometrickej postupnosti:
   $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$; 1; ... ?
   - a) 128
   - b) 2048
   - c) 32 768
   - d) 4 096
   - e) 512
   - f) 1024
   - g) 64
   - h) 256

7. Ktoré z čísel je prvým členom geometrickej postupnosti, v ktorej $a_6 = 729$, $q = -3$?
   - a) -3
   - b) 3
   - c) -9
   - d) $\frac{1}{3}$
   - e) -1
   - f) $-\frac{1}{3}$
   - g) 9
   - h) 1

8. Ktoré z čísel je trinástym členom geometrickej postupnosti: 0,0001; 0,001; 0,01; 0,1; 1; 10; 100; ...
   - a) 10 000
   - b) 10 000 000
   - c) 1 000 000
   - d) 1 000 000 000
   - e) 10 000 000 000
   - f) 100 000
   - g) 100 000 000 000
   - h) 100 000 000

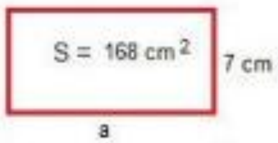
__Ukážka č. 12:__

V ukážke č. 12 je test z rovinného útvaru „Obdĺžnik“. Test písali dve študijné triedy, ich priemerné percento úspešnosti bolo 68 %.

Test -obdĺžnik

Na vypracovanie testu máte 40 minút

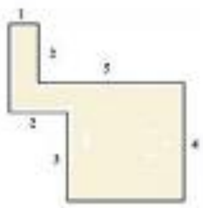
1. Obsah obdĺžnika na obrázku je 168 cm². Aká je dĺžka jeho uhlopriečky?



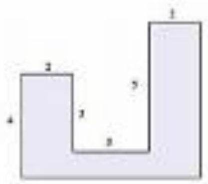
Uhlopriečka obdĺžnika má dĺžku cm

2. Katka má krok dlhý 50 cm. Koľkými krokmi obíde dookola volejbalové ihrisko, ktoré je na obrázku?
   a) 108 krokmi
   b) 90 krokmi
   c) 180 krokmi
   d) 54 krokmi

3. Aký je obvod útvaru na obrázku?
   a) 22
   b) 25
   c) 24
   d) 23



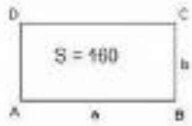
4. Aký je obsah útvaru na obrázku?
   a) 20
   b) 23
   c) 21
   d) 22



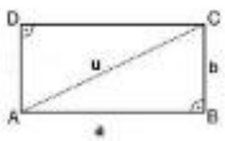
5. Aká je plocha obdĺžnikovej záhrady v m², ak na jej oplotenie je potrebných 78 metrov pletiva a jedna jej strana má dĺžku 27 metrov.
   a) 324 m²
   b) 51 m²
   c) 1377 m²
   d) 648 m²

6. Okolo bazéna tvaru kvádra sa má dlaždicami vykladať chodník široký 1 meter. Na obrázku je chodník znázornený sivou farbou. Rozmery dna bazéna sú 8,5 metra a 6 metrov. Koľko m2 dlaždíc budeme potrebovať?
   a) 51 m²
   b) 15,5 m²
   c) 84 m²
   d) 33 m²

7. Dĺžky strán obdĺžnika sú v pomere 2 : 5, jeho obsah je 160 cm². Aký je jeho obvod?
   a) 14 cm
   b) 28 cm
   c) 22,85 cm
   d) 56 cm



8. Uhlopriečka obdĺžnika je dvakrát dlhšia ako jedna jeho strana. Druhá strana má dĺžku 7,5 cm. Aký je obvod obdĺžnika?
   a) 23,66 cm
   b) 30 cm
   c) 45 cm
   d) 32,48 cm



Ukážka č. 13:

V ukážke č. 13 je test k učivu „Úvod do mocnín“. Test písali dve študijné triedy, ich priemerné percento úspešnosti bolo 72 %.

Test - mocniny

Na vypracovanie testu máte 20 minút. Pozorne si pozrite príklady, kde sú záporné znamienka - neponáhľajte sa.

1. Priraďte k výrazom s mocninami správne výsledky

1. $(3^2 - 5).2 =$	___	-47
2. $3 - 5^2.2 =$	___	8
3. $(5 - 3.2)^2 =$	___	1
4. $(2.3.5)^2 =$	___	900

2. Priraďte k výrazom s mocninami správne výsledky

1. $-(-2)^2 =$	___	-4
2. $-(-2^2) =$	___	16
3. $(-4)^2 =$	___	4
4. $-4^2 =$	___	-16

3. Zjednodušením výrazu $4x^2 - (3x^3 - 2x^2) + (3x^3 - 7x^2) =$ dostaneme
   a) $-6x^3 - 7x^2$
   b) $3x^3 - x^2$
   c) x^2
   d) $-6x^3$
   e) $3x^3 - 7x^2$
   f) $-x^2$

4. Štvrtá mocnina čísla -4 je:
   a) -4^3
   b) 0
   c) záporné číslo
   d) kladné číslo
   e) -4^4

5. Aký tvar má mocnina, ktorej základ je 4x a mocniteľ 5 ?
   a) $4^5.x$
   b) $(4x)^5$
   c) 5^4
   d) $5^4.x$
   e) 4^5
   f) $(5x)^4$

6. Ktorý zo zápisov je správny?
   a) $2b.2b.2b.2b = 2b^4$
   b) $a + a + a + a = 4a^4$
   c) $2y + 2y + 2y + 2y = 8y^4$
   d) $3x.3x.3x.3x = 81x^4$

7. Hodnota výrazu s mocninami $4^0 - 4^1 + 4^2 - 4^3 =$ je
   a) -7
   b) 4
   c) -51
   d) -52
   e) -8
   f) 0

8. Hodnota výrazu s mocninami $4^2 - (-3)^2 - (-2)^3 =$ je
   a) 17
   b) 1
   c) 24
   d) 33
   e) 22
   f) -1
   g) 15

9. Hodnota výrazu s mocninami $(8 - 5)^3 - (-1^2 - 2^0)^2 =$ je
   a) 31
   b) 38
   c) 28
   d) 18
   e) 23
   f) 28

10. Zjednodušením výrazu $2a^5 - (-3a^4) - 2a^4 - (a^5 - a^4) =$ dostaneme:
   a) $3a^5 - 2a^4$
   b) $a^5 - a^4$
   c) $1a^5 - 5a^4$
   d) $a^5 - 6a^4$
   e) $a^5 + 2a^4$
   f) $2a^5 + a^4$

Záver:
Zhrnutia a odporúčania pre činnosť pedagogických zamestnancov

Činnosť pedagogického klubu matematickej gramotnosti prebiehala podľa stanoveného plánu. Počas jeho stretnutí zúčastnení pedagógovia mali možnosť diskutovať o aktuálnych problémoch, hľadať spoločné riešenia nedostatkov žiakov, vymieňať si skúsenosti z vlastnej pedagogickej praxe a skúsenosti z dištančného vzdelávania. Vo vzájomnej spolupráci vypracovali učebné materiály a testy na overovanie vedomostí. Vzájomná kooperácia a spolupráca pri vyučovaní predmetu matematika ukázala svoj význam najmä počas obdobia dištančného vzdelávania.

Odporúčania pre ďalšiu činnosť členov klubu matematickej gramotnosti:

- naďalej posilňovať vzájomnú spoluprácu medzi učiteľmi predmetu matematika a vymieňanie si pedagogických skúseností nielen medzi členmi klubu, ale aj s ostatnými vyučujúcimi na strednej odbornej škole,
- pokračovať v tvorbe databázy učebných materiálov a testov overovania vedomostí,
- zaraďovať vypracované učebné materiály do vzdelávacieho procesu v rámci preberania jednotlivých tém a využívať ich počas zastupovania neprítomného učiteľa,
- sprístupňovať učebné materiály prostredníctvom školského informačného systému EduPage žiakom neprítomným na prezenčnom vyučovaní,
- vytvoriť databázu gradovaných a alternatívnych písomných prác so širokou škálou rozsahu vedomostí vhodných rovnako pre nadaných ako aj slabo prospievajúcich žiakov,
- do vyučovacích hodín zaraďovať úlohy s reálnym kontextom, úlohy súvisiace s odborným zameraním a úlohy zvyšujúce finančnú gramotnosť,
- zapojiť sa do projektu e-testovania overujúcom finančnú a matematickú gramotnosť žiakov,
- vzdelávať sa v oblasti inovatívnych metód vyučovania a využívania IKT a aplikovať nové skúsenosti do vyučovacieho procesu.

11. Vypracoval (meno, priezvisko)	Mgr. Mária Medzihradská
12. Dátum	30.06.2021
13. Podpis	
14. Schválil (meno, priezvisko)	Ing. Jana Mrázová
15. Dátum	01.07.2021
16. Podpis	